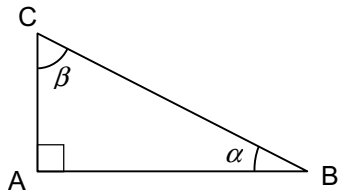


### 1 – Angles – Trigonométrie

Considérons un triangle ABC rectangle en A :



Théorème de Pythagore :  $AB^2 + AC^2 = BC^2$

• Formules de trigonométrie

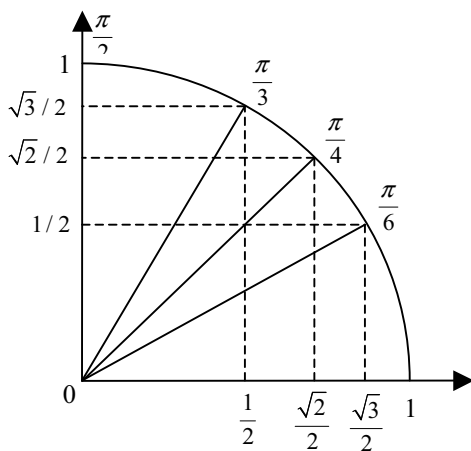
Formules de base	Cercle trigonométrique	Angles complémentaires
$\cos \alpha = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} = \frac{AB}{BC}$		$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ \Rightarrow \beta = \alpha - \frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} = \frac{AC}{BC}$		$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \end{cases}$
$\tan \alpha = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{AC}{AB} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$		
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$		

• Conversion degrés / radians

Un demi-cercle correspond à un angle de 180° et de π Rad.

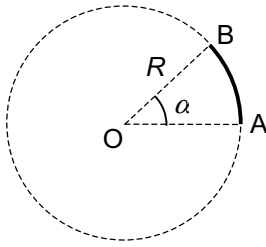
$$\frac{\alpha (^{\circ})}{180} = \frac{\alpha (\text{Rad})}{\pi}$$

• Valeurs remarquables



$\alpha (^{\circ})$	0	30°	45°	60°	90°
$\alpha (\text{Rad})$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	(∞)

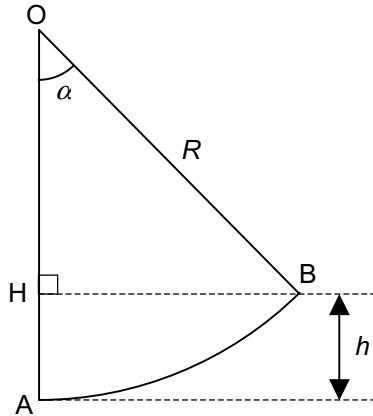
• Longueur d'arc



La longueur de l'arc de cercle AB, de rayon  $R$  et d'angle au centre  $\alpha$ , est donnée par :

$$\widehat{AB} = R.\alpha \quad \text{où } \alpha \text{ est exprimé en radians}$$

• Dénivellation



On souhaite calculer la dénivellation (soit la différence de hauteur) entre les points A et B :

Dans le triangle OHB rectangle en H, on a :

$$\cos \alpha = \frac{OH}{OB}$$

Or,  $OH = OA - AH = R - h$   
 et  $OB = R$

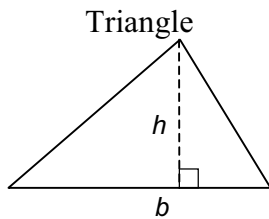
$$\text{Donc, } \cos \alpha = \frac{R - h}{R}$$

$$\text{Soit } R - h = R \cos \alpha$$

Et finalement :  $h = R(1 - \cos \alpha)$

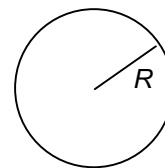
**2 – Surfaces – Volumes**

**2.1 – Surfaces**



$$S = \frac{b \times h}{2}$$

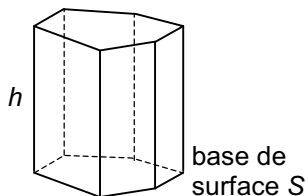
Disque



$$S = \pi R^2$$

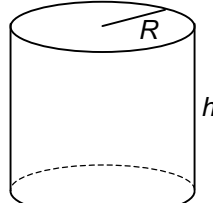
**2.2 – Volumes**

Cylindre quelconque



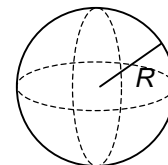
$$V = S \times h$$

Cylindre de révolution



$$V = \pi R^2 \times h$$

Sphère



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

### 3 – Vecteurs

#### 3.1 – Définition et propriétés

• Définition

Au sens mathématique, un vecteur  $\vec{F}$  est défini par :

- une direction ;
- un sens sur cette direction ;
- une norme :  $F = \|\vec{F}\|$

Attention : F est toujours > 0 !

• Vecteurs opposés

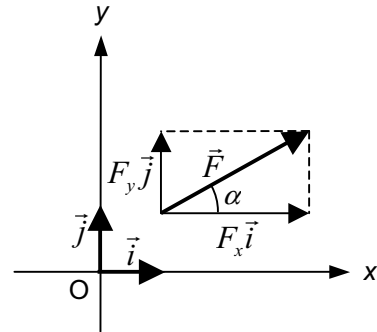
Deux vecteurs sont opposés ( $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ ) si ils ont même direction, même norme, mais qu'ils sont de sens opposés.

• Définition analytique

On peut décomposer tout vecteur  $\vec{F}$  dans une base orthonormée  $(\vec{i}, \vec{j})$  :

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$

On écrit aussi les composantes du vecteur :  $\vec{F} \begin{cases} F_x \\ F_y \end{cases}$



A partir des composantes d'un vecteur, on peut retrouver sa norme et sa direction :

La norme du vecteur  $\vec{F}$  s'écrit :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (\text{application de Pythagore : } F^2 = F_x^2 + F_y^2)$$

Pour déterminer la direction de  $\vec{F}$ , il faut se définir une direction de référence, par exemple l'axe non orienté (Ox). L'angle fait par la direction avec cette direction de référence est alors donné par :

$$\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x}$$

• Vecteur défini par deux points du plan

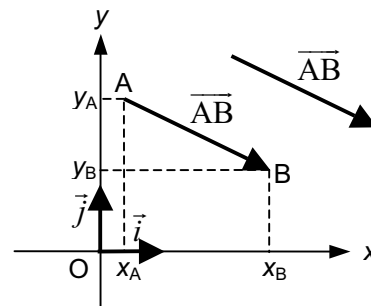
Considérons deux points A et B du plan  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , de

coordonnées A  $\begin{cases} x_A \\ y_A \end{cases}$  et B  $\begin{cases} x_B \\ y_B \end{cases}$

Ces deux points définissent un vecteur de composantes dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$  :

$$\overrightarrow{AB} \begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{cases}$$

Remarque : l'objet vecteur défini par les 2 points A et B n'est pas « attaché » à ces deux points.



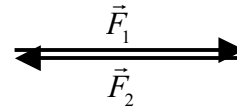
**3.2 – Somme vectorielle**



• Somme de 2 vecteurs opposés

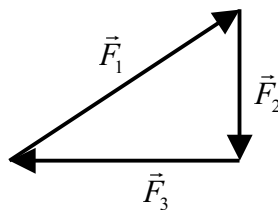
Soient  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  deux vecteurs opposés ( $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ ) ;  
leur somme vectorielle est égale au vecteur nul :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_1 - \vec{F}_1 = \vec{0}$$



• Somme nulle de 3 vecteurs

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$



• Composantes de la somme vectorielle

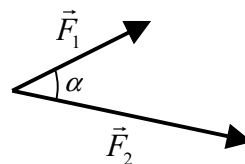
Si, dans une base  $(\vec{i}, \vec{j})$ ,  $\vec{F}_1 \begin{cases} F_{1x} \\ F_{1y} \end{cases}$  et  $\vec{F}_2 \begin{cases} F_{2x} \\ F_{2y} \end{cases}$ , le vecteur somme vectorielle  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  a pour composantes :

$$\vec{F} \begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} \end{cases}$$

**3.3 – Produit scalaire**

• Définition

$$\boxed{\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$
, avec  $\alpha = (\vec{F}_1, \vec{F}_2)$



• Propriétés

·  $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = \vec{F}_2 \cdot \vec{F}_1$

·  $\vec{F}_1 \cdot (\lambda \vec{F}_2) = (\lambda \vec{F}_1) \cdot \vec{F}_2 = \lambda \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$

· Deux vecteurs sont orthogonaux si et seulement si leur produit scalaire est nul :

$$\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2 \Leftrightarrow \vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = 0 \quad (\cos 90^\circ = 0)$$

· Si  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  sont colinéaires, alors :

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = F_1 \cdot F_2 \text{ si } \vec{F}_1 \text{ et } \vec{F}_2 \text{ dans le même sens } (\cos 0 = 1)$$

$$\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 = -F_1 \cdot F_2 \text{ si } \vec{F}_1 \text{ et } \vec{F}_2 \text{ de sens opposés } (\cos 180^\circ = -1)$$

· Conséquence :  $\vec{F} \cdot \vec{F} = F^2$

